

Observador de velocidad para el modelo de señal pequeña del Motor de Reluctancia Conmutada

A. De La Guerra, P. Maya-Ortiz
Posgrado de Ingeniería-UNAM
Coyoacan, DF, 04510, México
icxiuhguerra@gmail.com
Teléfono: (52)-55-56223025

Resumen—En este artículo se presenta un observador de estados, que reconstruye la velocidad angular y las corrientes de estator, para el modelo de señal pequeña del Motor de Reluctancia Conmutada. La salida del sistema está conformada por las corrientes de cada fase y la posición angular del rotor. El observador de estados se diseñó con base en una función de Lyapunov en el error de estimación inspirada en la función de energía de la máquina. Se incluye la demostración de la estabilidad de la dinámica del error de estimación con lo que se asegura la convergencia de los estados estimados a los estados reales. Para mostrar el desempeño del observador propuesto se presentan los resultados de simulaciones numéricas. El sistema simulado está conformado por el motor, el observador propuesto y un controlador reportado previamente en la literatura. Estas simulaciones muestran la eficacia del diseño propuesto y la facilidad de su sintonización.

Palabras clave: Observador, Motor de Reluctancia Conmutada, Control de velocidad.

I. INTRODUCCIÓN

El Motor de Reluctancia Conmutada (MRC) es una máquina eléctrica que ha crecido en popularidad en los últimos años debido a que es ventajosa en costo y equivalente en desempeño a las máquinas de CA. Una de las aplicaciones más comunes en este tipo de máquinas es la regulación de la velocidad y en la literatura científica se reportan diferentes diseños de controladores basados en modelo. Es importante señalar que para el control de esta máquina se utilizan dos tipos de modelos matemáticos, a saber, los modelos que caracterizan el fenómeno de saturación, que se presenta en los flujos magnéticos cuando se trabaja con velocidades mayores a la velocidad nominal, y aquellos que no modelan la saturación. En esta artículo se trabaja con un modelo llamado de señal pequeña porque no considera corrientes mayores a la corriente de saturación. De los controladores que utilizan el modelo con saturación es importante mencionar el control por linealización exacta presentado en (Ilic'-Spong *et al.*, 1987), el controlador adaptable de (Vedagarbha *et al.*, 1997). Otro ejemplo destacable es el controlador basado en pasividad de (Espinosa-Pérez G. R., 2004). Mientras que para el modelo llamado de señal pequeña se tiene los controladores de (Husain y Ehsani, 1994) que utiliza PWM para minimizar el rizo que se presenta en la velocidad, el controlador de estructura variable de (Chuang y Pollock, 1997) o el controlador

basado en pasividad de (Espinosa-Pérez G. R., 2000). Debido a la forma en que el MRC es alimentado para su funcionamiento es necesario contar con un conmutador, basado en electrónica de potencia, donde los instantes de conmutación son determinados con la ayuda de un sensor de posición preciso. La necesidad de este sensor provoca que se eleve el costo de implementación y que el motor no pueda ser empleado en ambientes donde su uso es recomendable, como en ambientes térmicos y químicos adversos. Dado lo anterior, en la actualidad es deseable que para la implementación de las leyes de control diseñadas se prescindiera de los sensores de posición y velocidad angular, el llamado control *sensorless*. Desde el punto de vista de control este problema puede verse como uno de retroalimentación de salida, que es resuelto generalmente de dos maneras distintas,

- se diseña una ley de control pura i.e. la ley de control no depende de las variables mecánicas.
- se diseña un mecanismo para conocer las variables que no se pueden medir.

Con respecto a la segunda solución en la literatura se pueden encontrar diversos métodos que permiten reconstruir las variables mecánicas. Ejemplo de los primeros métodos es el presentado en (Gallegos-Lopez G., 1998) donde se interpretan los cambios de la corriente de fase para definir la conmutación. Otro ejemplo que si reconstruye la posición angular es el presentado en (Panda D., 1990) donde por medio de la medición de corrientes se calculan las curvas de magnetización de la máquina. En cuanto a los observadores de estados se tiene el observador de orden reducido de (Solsona *et al.*, 1996), que utiliza el modelo de (Ilic'-Spong *et al.*, 1987), donde se muestra la convergencia del error de estimación a cero usando argumentos de Lyapunov. En (Lumsdaine A., 1990), donde se utiliza el llamado modelo de señal pequeña, se plantean variaciones de un observador tipo Luenberger, tomando diversas consideraciones prácticas sobre un diseño básico, la dinámica del error se linealiza para hacer la demostración de convergencia del error de estimación. Para el mismo modelo en (McCann Roy A., 2001) se estiman primero los flujos en lazo abierto, suponiendo que la condición inicial del flujo es conocida, para generar un término de corrección que posteriormente

se incorpora en el diseño de un observador basado en modos deslizantes que estima las variables mecánicas. Sin embargo, hasta el conocimiento de los autores, no se ha presentado un observador de las variables mecánicas que asegure convergencia en todo el intervalo de velocidades y que no requiera conocer las condiciones iniciales de los estados. En este trabajo se aborda el problema de reconstruir la velocidad angular a partir de la medición de corrientes y de la posición angular del motor. Para diseñar el observador de estados se utilizaron argumentos de Lyapunov. Se demuestra la convergencia del error de estimación a cero de manera global. Una vez diseñado el observador, este se incorporó a un sistema de control de velocidad que incluye un controlador basado en pasividad presentado en (Espinosa-Pérez G. R., 2000). Por medio de simulaciones numéricas se demostró su buen comportamiento. El artículo se organiza como sigue: en la sección II se detallan el motor y su funcionamiento, en la sección III se presenta el modelo del motor y sus particularidades, la sección IV introduce el observador presentado y la prueba de estabilidad de la dinámica del error de estimación. En la sección V se muestran algunas simulaciones del sistema de control. Finalmente se presentan las conclusiones en la sección VI.

II. DESCRIPCIÓN DEL MRC Y SU FUNCIONAMIENTO

En esta sección se definen la estructura y el funcionamiento del MRC. En cuanto a la estructura de esta máquina, el estator y el rotor son de polos salientes, para maximizar la diferencia entre la inductancia mínima y máxima, lo que hace mayor la producción de par. Sólo existen devanados en el estator y estos son diseñados para ser eléctrica y magnéticamente independientes entre sí, mientras que las fases se forman al conectar en serie dos o más devanados cómo se muestra en la Figura 1. Si se quiere generar

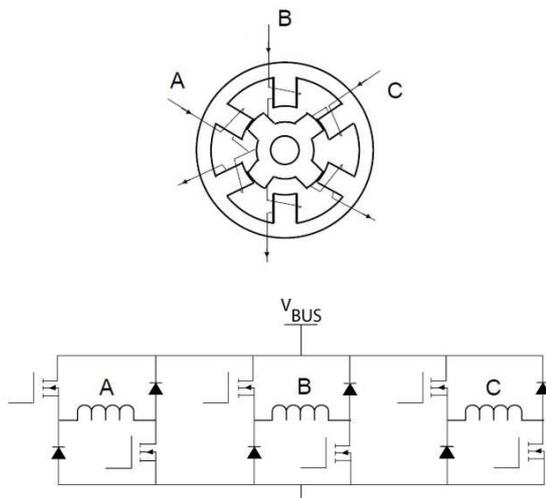


Figura 1. MRC de tres fases y el circuito electrónico

movimiento continuo de la flecha del rotor se deben conmutar las fases alternadamente ya que el par es producido

mediante la aplicación de pulsos de corriente en cada fase sincronizados con la posición del rotor. El par neto producido es la suma de las contribuciones de par de cada fase, para determinar los tiempos de conmutación de las fases se debe conocer la posición como se muestra en la Figura 2. En la operación como motor cada fase debe

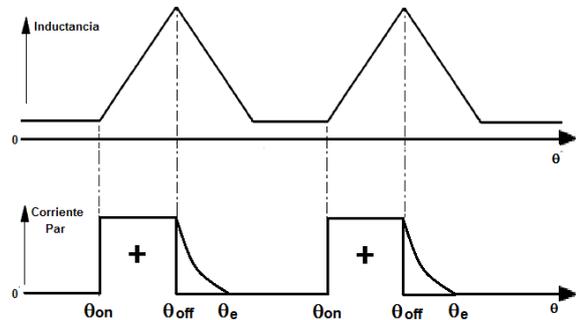


Figura 2. Conmutación

conducir durante el intervalo de inductancia creciente, ver Figura 2, por lo que el conmutador requiere un ángulo θ_{on} que determina el inicio de la conducción de corriente. El ángulo θ_{off} es el instante en que se apaga el interruptor y θ_e es el ángulo de extinción de corriente. La conmutación requiere un circuito electrónico, como el mostrado en la Figura 1 y una fuente de voltaje con amplitud constante e igual al voltaje nominal V_{BUS} . Es importante señalar que la conmutación de las fases da lugar a la aparición de rizo tanto en el perfil del par como en el perfil de la velocidad angular, la mitigación de este rizo es también un objetivo de control en las aplicaciones que requieren altos desempeños de la máquina.

III. MODELO DEL MOTOR DE RELUCTANCIA CONMUTADA

El MRC presenta un comportamiento no lineal, que ha sido motivo de estudio a lo largo de la última década. El modelo matemático de señal pequeña del MRC se obtiene haciendo las siguientes consideraciones:

- C.1 Se desprecian las inductancias mutuas entre devanados del estator, esto es las fases están desacopladas magnética y eléctricamente.
- C.2 Se considera que las inductancias dependen sólo de la posición angular, no de la corriente. Lo que deriva en la siguiente definición de los enlaces de flujo

$$\lambda_j = L_j(\theta)i_j \quad (1)$$

- C.3 No se considera la operación con corrientes mayores a la corriente de saturación.
- C.4 En esta máquina las inductancias tienen un comportamiento trapezoidal, una aproximación válida es la de representarlas como los dos primeros

términos pares de la expansión en serie Fourier:

$$L_j(\theta) = l_0 - l_1 \cos\left(N_r\theta - (j-1)\frac{2\pi}{3}\right)$$

donde N_r es el número de polos del rotor y l_0, l_1 , con $l_0 > l_1$, son constantes positivas obtenidas de forma experimental.

En (Ilic'-Spong *et al.*, 1987) se hace uso de ésta representación de las inductancias y se menciona que se ha comprobado que existe un error de menos del 10% al compararlas con resultados experimentales.

C.5 El par de entrada se considera constante y conocido.

El modelo por fase, con $j = 1, 2, 3 \dots m$, es entonces:

$$\begin{aligned} u_j &= \frac{d\lambda_j}{dt} + Ri_j \\ J\dot{\omega} &= T_e(\theta, i_1, i_2, \dots, i_m) - T_L - d\omega \\ \omega &= \frac{d\theta}{dt} \end{aligned} \quad (2)$$

donde θ y ω son la posición y velocidad del rotor, i_1, i_2, \dots, i_m son las corrientes en cada fase y u_1, u_2, \dots, u_m son los voltajes de entrada, con m el número de fases de estator. Una vez que se sustituye la definición de los flujos, ecuación (1), se obtiene el modelo matemático¹,

$$D(\theta)\frac{d\mathbf{i}}{dt} = -\omega\mathbf{C}(\theta)\mathbf{i} - \mathbf{R}\mathbf{i} + \mathbf{u} \quad (3)$$

$$J\dot{\omega} = \frac{1}{2}\mathbf{i}^T\mathbf{C}(\theta)\mathbf{i} - d\omega - T_L \quad (4)$$

$$\dot{\theta} = \omega \quad (5)$$

donde, $\mathbf{i} = [i_1, i_2, i_3]^T$ son las corrientes en cada fase y el superíndice T denota el transpuesto,

$$\mathbf{u} = [u_1, u_2, u_3]^T$$

son los voltajes de entrada,

$$\mathbf{R} = \text{diag}[R, R, R]$$

es la matriz de resistencia,

$$D(\theta) = \text{diag}[L_1(\theta), L_2(\theta), L_3(\theta)]$$

es la matriz de inductancias,

$$\mathbf{C}(\theta) = \text{diag}[k_1(\theta), k_2(\theta), k_3(\theta)]$$

es la matriz de las derivadas parciales de las inductancias con respecto a la posición. Algunas particularidades del modelo matemático son:

- Los parámetros son las resistencias de fase, R , la inercia rotacional J y el coeficiente de amortiguamiento d .

¹Por facilidad de representación y sin pérdida de generalidad en este trabajo se estudia una máquina trifásica.

- Las entradas son los voltajes de control \mathbf{u} y el par de carga T_L .
- La matriz de inductancias cumple con $D(\theta) = D(\theta)^T > 0$.
- Una propiedad interesante del modelo matemático, que se presenta en (Espinosa-Pérez G. R., 2000), es que el motor se puede representar como la interconexión de dos sistemas que se definen por los mapeos pasivos:

$$\Sigma_e : \begin{bmatrix} u \\ -\omega \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} i \\ T_e \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_m : (T_L - T_e) \rightarrow -\omega$$

IV. OBSERVADOR

En esta sección se presenta el observador de orden reducido que se diseñó con base en la elección de una función candidata de Lyapunov en los errores de estimación. La función está inspirada en la expresión de la energía total del sistema que es la suma de la energía magnética y de la energía cinética.

IV-A. Proposición

Proposición 1: Dado el modelo matemático del MRC (3-4), se asume que

- S.1 se conocen todos los parámetros del modelo matemático y el par de carga T_L ,
- S.2 se miden la posición angular, las corrientes de fase y los voltajes de control y
- S.3 no se mide la velocidad angular.

Bajo estas condiciones el observador representado por

$$\begin{aligned} D(\theta)\frac{d\hat{\mathbf{i}}}{dt} &= -\hat{\omega}\mathbf{C}(\theta)\hat{\mathbf{i}} - \frac{1}{2}\hat{\omega}\mathbf{C}(\theta)\tilde{\mathbf{i}} - \mathbf{R}\hat{\mathbf{i}} + \mathbf{G}\tilde{\mathbf{i}} + \mathbf{u} \quad (6) \\ J\dot{\hat{\omega}} &= \frac{1}{2}\hat{\mathbf{i}}^T\mathbf{C}(\theta)\hat{\mathbf{i}} - d\hat{\omega} - T_L \end{aligned} \quad (7)$$

donde $\mathbf{G} = \mathbf{G}^T > 0$, recupera asintóticamente la velocidad del rotor, garantizando que el error de estimación tiende a cero.

IV-B. Demostración

Se definen los errores de corrientes y de velocidad como $\tilde{\mathbf{i}} = \mathbf{i} - \hat{\mathbf{i}}$ y $\tilde{\omega} = \omega - \hat{\omega}$ respectivamente. Al restar del modelo dado por (3) y (4) la expresión del observador dada por (6) y (7), respectivamente, se obtiene la siguiente expresión para la dinámica del error de observación,

$$\begin{aligned} D(\theta)\frac{d\tilde{\mathbf{i}}}{dt} &= -\omega\mathbf{C}(\theta)\mathbf{i} + \hat{\omega}\mathbf{C}(\theta)\hat{\mathbf{i}} + \frac{1}{2}\hat{\omega}\mathbf{C}(\theta)\tilde{\mathbf{i}} - \mathbf{R}\tilde{\mathbf{i}} - \mathbf{G}\tilde{\mathbf{i}} \\ J\dot{\tilde{\omega}} &= \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{i}}^T\mathbf{C}(\theta)\tilde{\mathbf{i}} - d\tilde{\omega} + \tilde{\mathbf{i}}^T\mathbf{C}(\theta)\hat{\mathbf{i}} \end{aligned} \quad (8)$$

Se propone la función candidata de Lyapunov,

$$V(\tilde{\mathbf{i}}, \tilde{\omega}) = \frac{1}{2}\tilde{\mathbf{i}}^T\mathbf{D}(\theta)\tilde{\mathbf{i}} + \frac{J}{2}\tilde{\omega}^2$$

cuya derivada con respecto al tiempo es,

$$\dot{V}(\tilde{i}, \tilde{\omega}) = \tilde{i}^T \mathbf{D}(\theta) \frac{d\tilde{i}}{dt} + \frac{\omega}{2} \tilde{i}^T \mathbf{C}(\theta) \tilde{i} + J \tilde{\omega} \dot{\omega}$$

que evaluada a lo largo de las trayectorias de (8) tiene la forma:

$$\dot{V}(\tilde{i}, \tilde{\omega}) = \tilde{i}^T \left[-(\mathbf{R} + \mathbf{G})\tilde{i} - \omega \mathbf{C}(\theta)\tilde{i} + \dot{\omega} \mathbf{C}(\theta)\tilde{i} + \frac{1}{2} \dot{\omega} \mathbf{C}(\theta)\tilde{i} \right] + \frac{\omega}{2} \tilde{i}^T \mathbf{C}(\theta)\tilde{i} + \tilde{\omega} \left[-d\tilde{\omega} + \frac{1}{2} \tilde{i}^T \mathbf{C}(\theta)\tilde{i} + \tilde{i}^T \mathbf{C}(\theta)\dot{\tilde{i}} \right]$$

Lo que conduce a,

$$\dot{V}(\tilde{i}, \tilde{\omega}) = -\tilde{i}^T (\mathbf{R} + \mathbf{G}) \tilde{i} - d\tilde{\omega}^2$$

con $(\mathbf{R} + \mathbf{G}) = (\mathbf{R} + \mathbf{G})^T > 0$. Por lo tanto la dinámica del error de estimación tiene un punto de equilibrio asintóticamente estable en el origen. ∇

Es importante notar que:

- Este resultado, cómo se menciona en S.1, depende del conocimiento de los parámetros del modelo del MRC.
- Aunque se asume el conocimiento de la posición angular, suposición S.2, este resultado puede utilizarse cuando no se quiera reconstruir la velocidad con métodos numéricos.
- La velocidad de convergencia del observador depende del término de corrección lineal, en particular de la matriz $\mathbf{G} = \mathbf{G}^T > 0$.

V. SIMULACIONES

El sistema de control utilizado en este artículo, que integra el observador no lineal presentado en la sección IV y la ley de control basada en pasividad de (Espinosa-Pérez G. R., 2000), tiene la estructura que se muestra en la Fig. 3.

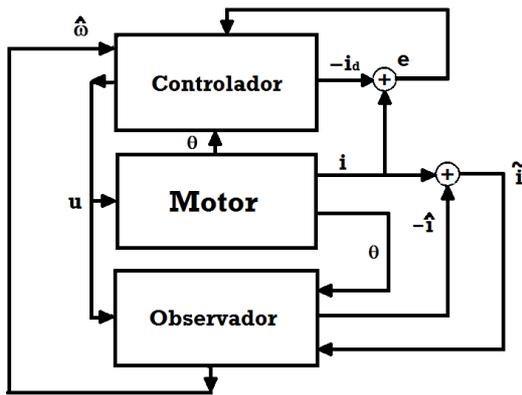


Figura 3. Sistema Motor-Control-Observador

La máquina que se simula es un MRC trifásico de 12 polos en el estator, es decir cada fase se forma con cuatro polos de estator conectados en serie, y con 8 polos en el rotor cuyos datos, obtenidos de forma experimental, son:

Parámetros	Valor
R	2,2 [Ω]
J	0,09 [Kg/m ²]
N _r	8
l ₀	0.0308
l ₁	0.0212
d	0,001 [Kgs/rad]

La matriz \mathbf{G} , de la ecuación del observador (6), es una matriz diagonal positiva definida, con todos sus elementos iguales, la elección de cada elemento se hizo con el fin de minimizar el error de corrientes en todas las fases.

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$

Las ganancias del controlador son $K_{vj} = 20$, $C1 = 750$ y $C2 = 700$. En todos los casos se consideró un par de $T_L = 0,1$ [N - m]. En la primera simulación se regula el motor a 250 RPM y se supone que todos los parámetros son iguales. En la Figura 4 se muestran la velocidad estimada y real y en la Figura 5 el error de estimación de velocidad.

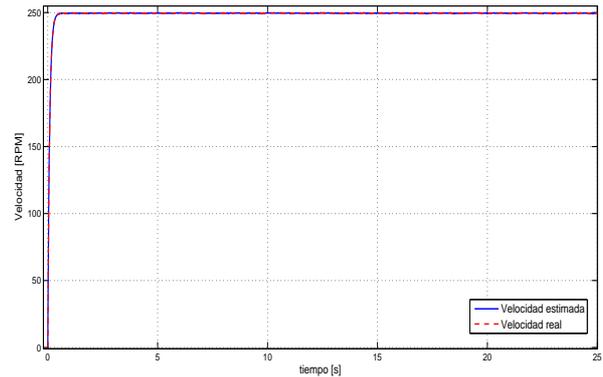


Figura 4. Velocidades real y estimada

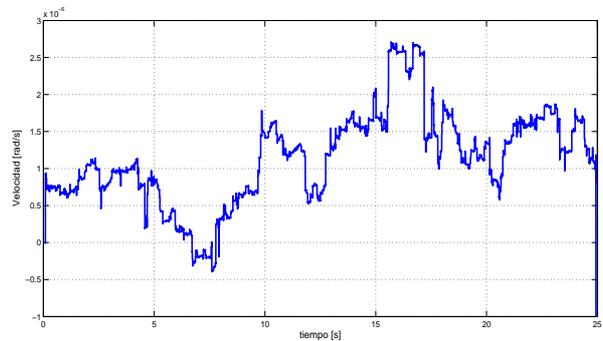


Figura 5. Error de velocidad

En la segunda simulación, se tiene una referencia sinusoidal, se cambio el valor de las inductancias mínima y máxima

y de las resistencia de fase en un 50 %, en la Figura 6 se presenta la velocidad angular real y la velocidad angular estimada. En la Figura 7 se muestra el error de estimación de la velocidad angular que es menor al 1 % de la magnitud de la velocidad real, a pesar de la variación paramétrica.

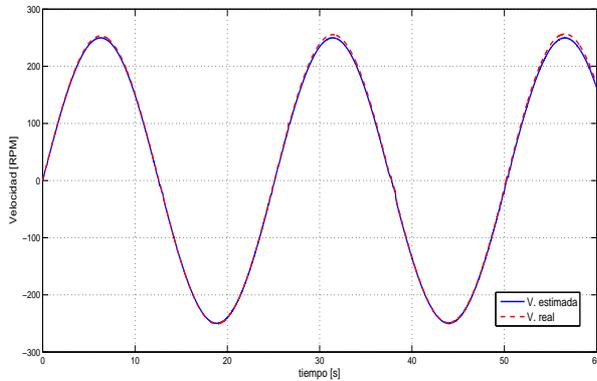


Figura 6. Velocidades real y estimada

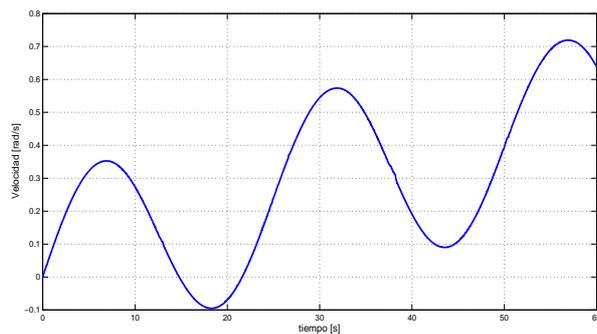


Figura 7. Error de velocidad

En el tercer ejercicio se sigue una referencia que permanece en cero durante 5 segundos, también se supone una variación de más del 50 % del valor nominal de la resistencia de fase, en la Figura 8 se presenta la velocidad angular real y la velocidad angular estimada, donde se aprecia la degradación del desempeño, sin embargo en la Figura 9 se muestra que el error de estimación de velocidad sigue siendo menor al 1 % de la magnitud de la velocidad real.

En el cuarto ejercicio se regula nuevamente la velocidad a 250 RPM, pero con una variación del 30 % de la resistencia de fase, para que el error fuera menor al 10 % de la magnitud de la referencia se resintonizó el observador, lo que llevo a definir la matriz de corrección lineal de la siguiente forma,

$$G = \begin{bmatrix} 300 & 50 & 0 \\ 50 & 100 & 50 \\ 0 & 50 & 3000 \end{bmatrix}$$

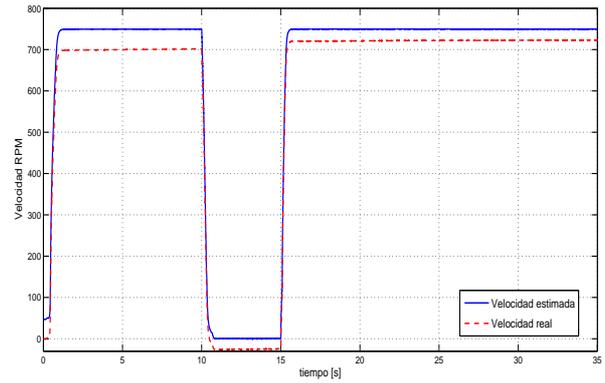


Figura 8. Velocidades real y estimada con variación paramétrica

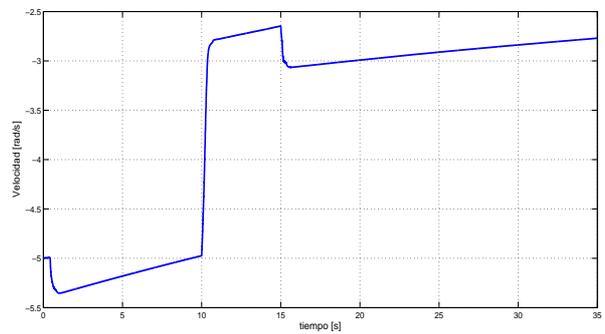


Figura 9. Error de velocidad con variación paramétrica

Los valores diferentes en la diagonal se deben a que cada fase tenía un error de corrientes de distinta magnitud, una vez que se ajustaron las ganancias los errores de estimación de corrientes disminuyeron a la par que el error de estimación de velocidad. Los resultados para la velocidad se pueden ver en la Figura 10, y para el error de estimación de velocidad en la Figura 11.

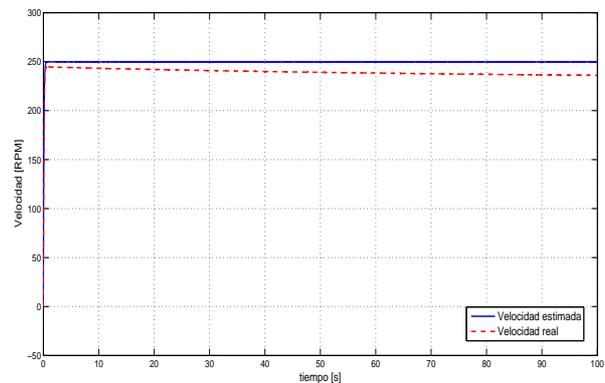


Figura 10. Velocidades real y estimada, referencia constante

Los resultados anteriores muestran que el observador

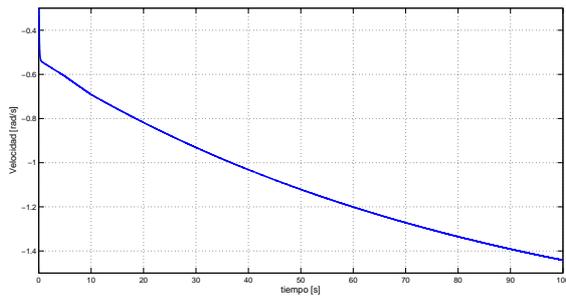


Figura 11. Error de velocidad, referencia constante

propuesto puede lidiar con cambios en los parámetros eléctricos, de más de 50 % del valor nominal en el caso presentado. Además se muestra que se pueden incluso hacer frente a perfiles que incluyen operación a velocidad cero, lo que habla de las propiedades de observabilidad del MRC con medición de corrientes de fase y posición angular. Es interesante mencionar que el desempeño del observador es mejor si la referencia tiene una aceleración diferente de cero.

VI. CONCLUSIONES

Se presentó un observador no lineal para el Motor de Reluctancia Conmutada que reconstruye las corrientes de estator y la velocidad angular, para el cual se garantiza la convergencia de los estados estimados a los estados reales, siempre que se conozcan los parámetros del modelo matemático y la posición angular del rotor. Este observador puede ser utilizado cuando se quiera evitar reconstruir la velocidad por medios de métodos numéricos. El trabajo futuro consistirá en probar que la dinámica del error de regulación es estable y garantizar también la convergencia del error de estimación a cero.

REFERENCIAS

- Chuang, Tzu-Shien y C. Pollock (1997). Robust speed control of a switched reluctance vector drive using variable structure approach. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on* **44**(6), 800–808.
- Espinosa-Pérez G. R., Maya-Ortiz P., Velasco-Villa M. Sira-Ramírez H. (2000). On the Control of Switched Reluctance Motors. *Proceedings of the 2000 IEEE International Symposium on Industrial Electronics, 2000. ISIE 2000.* **2**, 413–418.
- Espinosa-Pérez G. R., Maya-Ortiz P., Velasco-Villa M. Sira-Ramírez H. (2004). Passivity-based control of switched reluctance motors with nonlinear magnetic circuits. *IEEE Transactions on Control Systems Technology* **3**, 439–448.
- Gallegos-Lopez G., Kjaer P. C., Miller T. J. E. (1998). A new sensorless method for switched reluctance motor drives. *IEEE Transactions on Industry Applications* **34**(4), 832–840.
- Husain, I. y M. Ehsani (1994). Torque ripple minimization in switched reluctance motor drives by pwm current control. En: *Applied Power Electronics Conference and Exposition, 1994. APEC '94. Conference Proceedings 1994., Ninth Annual.* pp. 72–77 vol.1.
- Ilic'-Spong, M., R. Marino, S. Peresada y D. Taylor (1987). Feedback linearizing control of switched reluctance motors. *IEEE Transactions on Automatic Control* **32**(5), 371–379.
- Lumsdaine A., J. H. Lang (1990). State Observers for Variable-Reluctance Motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **37**, 133–142.

- McCann Roy A., Islam Mohammad S., Iqbal Husain (2001). Application of a Sliding-Mode Observer for Position and Speed Estimation in Switched Reluctance Motor Drives. *IEEE Transactions on Industrial Applications* **37**, 51–58.
- Panda D., Ramanarayanan V. (1990). Sensorless control of switched reluctance motor drive with self-measured flux-linkage characteristics. *Power Electronics Specialists Conference, 2000. PESC 00. 2000 IEEE 31st Annual* **3**, 1569–1574.
- Solsona, J., M.I. Valla y C. Muravchik (1996). A nonlinear reduced order observer for permanent magnet synchronous motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **43**(4), 492–497.
- Vedagarbha, P., D.M. Dawson y W. Rhodes (1997). An adaptive controller for a general class of switched reluctance motor models. *Automatica* **33**(9), 1647–1655.